

Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2013/2014
AM110 - Analisi Matematica 1- Tutorato VI

DOCENTE: PROF. PIERPAOLO ESPOSITO

TUTORI: A. MAZZOCOLI, M. NANNI

ESERCIZIO 1. Si trovino il massimo e il minimo limite delle successioni seguenti.

$$\begin{aligned} \circ \frac{1 + (-1)^n n}{1 + n} & \quad \circ -(-1)^n \frac{2n}{n + 2} & \quad \circ 1 + \sin n & \quad \circ \frac{n^2 + 3n + 2}{5n^2 - 4} \\ \circ \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1 + (-1)^n}{2} & \quad \circ \frac{n^{2/3} \sin n!}{n + 1} & \quad \circ \frac{n!}{2^n} \sin n \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 2. Si studi la convergenza delle seguenti serie usando gli opportuni criteri.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{2n^2} & \quad \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} & \quad \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{n} & \quad \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} \\ \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(\log n)^{n/2}} & \quad \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n} & \quad \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n + 1}{n!} \end{aligned}$$

ESERCIZIO 3. Si provi, fornendo un adeguato esempio, che in generale si ha:

$$\limsup_{n \rightarrow +\infty} (a_n + b_n) \leq \limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow +\infty} b_n$$

ESERCIZIO 4. Dire per quali $x \in \mathbb{R}$ le seguenti serie convergono:

$$\bullet \sum_{n=1}^{+\infty} e^{-\frac{n^2 x}{n+x^2}} \quad \bullet \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1 + e^{n^2 x}}$$

ESERCIZIO 5. Si dica per quali valori di $\alpha > 0$ la successione $\{a_n\}$ definita da:

$$a_n = \frac{(\sin n) \log(5 + e^{2n})}{n^\alpha}$$

- i) è limitata;
- ii) ammette limite.

ESERCIZIO 6. Determinare il limite della seguente successione a_n definita per ricorrenza come:

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{3}{a_n} \right), \quad a_0 > \sqrt{3}$$